

Été 2023

À faire sans utiliser de calculatrice (voir page 4 pour le)

Exercice 1 Un peu de calcul numérique. *On attend les valeurs exactes.*

1. Calculer :

a. $3(4 - 1)^2 - 4 \times 5 + 6$,

b. $4\left(2 + \frac{6}{2}\right) + 4\frac{6}{4}$.

2. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{2}{\frac{5}{3}}$,

b. $\frac{-3/8}{9/4}$,

c. $\frac{-5 + \frac{7}{3}}{5 + \frac{7}{3}}\left(-\frac{11}{16}\right)$,

d. $\frac{\frac{2}{5}}{3}$,

e. $\frac{-3}{\frac{5}{8} - \frac{7}{10}}$.

3. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Calculer :

a. $f(-3)$,

b. $f(2\pi)$,

c. $f\left(\frac{3}{7}\right)$,

d. $f(2 + \sqrt{5})$,

e. $f(\pi^3)$.

4. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x \frac{2x + 1}{\pi^2}$. Calculer :

a. $g(3)$,

b. $g\left(\frac{2}{7}\right)$,

c. $g(-3)$,

d. $g\left(1 + \frac{5}{3}\right)$,

e. $g\left(\pi^3 - \frac{1}{2}\right)$.

5. Calculer :

a. $\frac{\sqrt{5+5}}{\sqrt{5}}$,

b. $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$,

c. $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}$.

Exercice 2 Puissances de 10

Écrire sous la forme 10^n où n est un entier relatif :

1. $10^{-4} \times 10^7 \times 10$,
2. $10^3 \times (10^{-4})^5$,
3. $\frac{10^{-7}}{10^{-5}}$,
4. $\frac{(10^8)^3}{10^{-7}} \times \frac{0,001 \times (10^8)^{-3}}{10^{-7}}$,
5. $\frac{10^3}{10^{-5}} \times \frac{10^{-10}}{10^6}$.

Exercice 3 Quelques transformations d'écriture

1. x désignant un réel quelconque, développer, réduire et ordonner :

- a. $2[x(x+3)] - (3x+1)$,
- b. $(3x-1)(2x+5) - (2x+5)$,
- c. $3(2x+1)^2 + (3x-4)^2$.

2. x désignant un réel quelconque, factoriser :

- a. $x(3x-1) - 5x(8x-1)$,
- b. $(2x-1)(x+5) - (x-5)(6x-3)$,
- c. $(5x+7)^2 - (3x-1)^2$.

3. x et y désignant des nombres réels strictement positifs, simplifier :

- a. $\frac{x+xy}{xy}$,
- b. $\frac{x+x^2}{x}$.

4. x désignant un nombre réel strictement plus grand que 2, simplifier $\frac{x+x(x-2)}{x(x-2)}$.

5. Montrer $\sqrt{29+12\sqrt{5}} = 3+2\sqrt{5}$.

Exercice 4 Quelques équations à une inconnue

Déterminer les solutions réelles de chacune des équations suivantes. *On ne demande pas de valeurs approchées des solutions mais les valeurs exactes. Les expressions finales doivent être simplifiées au maximum. On pourra donner l'ensemble des solutions.*

1. $2x+3 = 8x+5$,
2. $\frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{3} - 2$,
3. $(7x+8) - (3x-20) = 0$,
4. $(-7x+8)(3x-20) = 0$,
5. $(x+1)(7x+8) - (x+1)(3x+20) = 0$,
6. $x(7x+8) = x(-3x+20)$,

7. $\frac{5}{x} = -2,$
8. $x^2 - \frac{9}{16} = 0,$
9. $\frac{1}{x} + \frac{1}{\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}},$
10. $(5 + x)^2 = 100,$
11. $9 = \frac{x\pi}{\sqrt{7}},$
12. $3x^2 = -2x,$
13. $7 = \frac{1}{4\pi x},$
14. $8 = \sqrt{\frac{3x}{7}},$
15. $x^2 + 7 = 3,$
16. $\frac{4 + 3\pi}{2x + 1} = -3,$
17. $x^2 = \pi^2 + 9,$
18. $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\pi} = \frac{1}{x},$
19. $\frac{6}{3x - 1} = 0,$
20. $\frac{7}{6} + \sqrt{3x - 1} = \frac{11}{9}.$

« Résultats »

Exercice 1

$$1a \ 13, \ 1b \ 26, \ 2a \ \frac{6}{5}, \ 2b \ -\frac{1}{6}, \ 2c \ \frac{1}{4}, \ 2d \ \frac{2}{15}, \ 2e \ 40, \ 3a \ 20, \ 3b \ 4\pi^2 - 6\pi + 2, \ 3c \ \frac{44}{49}, \ 3d \ 5 + \sqrt{5},$$

$$3e \ \pi^6 - 3\pi^2 + 2, \ 4a \ \frac{21}{\pi^2}, \ 4b \ \frac{22}{49\pi^2}, \ 4c \ \frac{15}{\pi^2}, \ 4d \ \frac{152}{9\pi^2}, \ 4e \ 2\pi^4 - \pi, \ 5a \ \sqrt{2}, \ 5b \ -\frac{\sqrt{3}}{2}, \ 5c \ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left(= \frac{\sqrt{6}}{2} \right).$$

Exercice 2

$$1 \ 10^4, \ 2 \ 10^{-17}, \ 3 \ 10^{-2}, \ 4 \ 10^{11}, \ 5 \ 10^{-8}.$$

Exercice 3

$$1a \ 2x^2 + 3x - 1, \ 1b \ 6x^2 + 11x - 10, \ 1c \ 21x^2 - 12x + 19.$$

$$2a \ x(-37x + 4) (= -x(37x - 4)), \ 2b \ -2(2x - 1)(x - 10), \ 2c \ 4(4x + 3)(x + 4).$$

$$3a \ \frac{1+y}{y} \left(= 1 + \frac{1}{y} \right), \ 3b \ 1 + x, \ 3c \ \frac{x-1}{x-2}.$$

Exercice 4 (*Ensembles des solutions*)

$$1 \ \left\{ -\frac{1}{3} \right\}, \ 2 \ \{-6\}, \ 3 \ \{-7\}, \ 4 \ \left\{ \frac{8}{7}, \frac{20}{3} \right\}, \ 5 \ \{-1, 3\}, \ 6 \ \left\{ 0, \frac{6}{5} \right\}, \ 7 \ \left\{ -\frac{5}{2} \right\}, \ 8 \ \left\{ \frac{3}{4}, -\frac{3}{4} \right\}, \ 9 \ \left\{ \frac{\pi\sqrt{2}}{\pi - \sqrt{2}} \right\},$$

$$10 \ \{5, -15\}, \ 11 \ \left\{ \frac{9\sqrt{7}}{\pi} \right\}, \ 12 \ \left\{ 0, -\frac{2}{3} \right\}, \ 13 \ \left\{ \frac{1}{28\pi} \right\}, \ 14 \ \left\{ \frac{448}{3} \right\}, \ 15 \ \emptyset, \ 16 \ \left\{ -\frac{7}{6} - \frac{\pi}{2} \right\},$$

$$17 \ \left\{ \sqrt{\pi^2 + 9}, -\sqrt{\pi^2 + 9} \right\}, \ 18 \ \left\{ \frac{\pi\sqrt{3}}{\pi - \sqrt{3}} \right\}, \ 19 \ \emptyset, \ 20 \ \left\{ \frac{325}{972} \right\}.$$